

к)  $\frac{p}{q}$  є підхідним дробом розкладу дійсного додатного числа  $\alpha$  у ланцюговий дріб, якщо  $p, q \in \mathbb{N}$ ,  $(p, q) = 1$  і  $\alpha \neq \frac{p}{q}$ ,  $\left| \alpha - \frac{p}{q} \right| < \frac{1}{2q^2}$ ;

л)  $\left| \alpha - \frac{P_n}{Q_n} \right| > \frac{1}{Q_n(Q_n + Q_{n-1})}$ , де вівши, що  $\frac{P_n}{Q_n}$  і  $\frac{P_n + P_{n-1}}{Q_n + Q_{n-1}}$  лежать по один бік від  $\alpha$ ;

м) підхідний дріб  $n$ -го порядку збільшиться (зменшиться), якщо неповну частку  $q_n$  збільшити на кілька одиниць, де  $n$  — парне (непарне) натуральне число.

5.33. Довести, що:

а) додатний корінь тричлена  $bx^2 - abx - a$ , де  $a, b$  — натуральні числа, розкладається в нескінченний чистий періодичний ланцюговий дріб, довжина періоду якого дорівнює 2;

б) квадратне рівняння з цілими коефіцієнтами має другий корінь  $\frac{1}{\{(b, a)\}}$ , якщо перший його корінь є число  $\{(a, b)\}$ ;

в) квадратне рівняння з цілими коефіцієнтами має корінь  $a = \{(c, b)\}$ , якщо перший його корінь є  $x = \{(a, b, c)\}$ ;

г) числа  $\alpha = [a; b, c]$  і  $\beta = [c; b, a]$  пропорційні числам  $x = \{(a, b, c)\}$  і  $y = \{(c, b, a)\}$ ;

д) ірраціональність виду  $\sqrt[m]{t}$ ,  $t \in \mathbb{N}$  розкладається в ланцюговий дріб, період якого починається з другої неповної частки.

5.34. Знайти ірраціональність  $\alpha$ , якщо:

а)  $\frac{P_k}{Q_k} = \frac{10}{3}$ ,  $\alpha_{k+1} = \sqrt[3]{2}$ ;

б)  $\frac{P_k}{Q_k} = \frac{37}{13}$ ,  $\alpha_{k+1} = \frac{1 + \sqrt{3}}{2}$ .

5.35. Знайти загальний вигляд квадратичних ірраціональностей, які розкладаються в ланцюговий дріб з однаковими неповними частками.

## § 6. Системні числа, операції над ними; переведення з однієї системи в іншу

### Література

[1] — § 6, с. 79—88;

[2] — § 6, с. 76—86;

[3] — гл. II, § 4, с. 385—389;

[4] — гл. II, § 3, с. 88—104.

### ТЕОРЕТИЧНІ ВІДОМОСТІ

Той чи інший спосіб найменування та записування чисел називають **нумерацією** (від лат. numerus — лічба) або **системою числення**.

Розрізняють **усну** й **письмову** нумерації. Усна нумерація — це спосіб називання чисел за допомогою слів. Письмовою нумерацією називають спосіб записування чисел за допомогою знаків (символів), які називаються цифрами.

Розрізняють **позиційні** і **непозиційні** системи числення.

Під позиційною системою числення розуміють систему, в якій вначення кожної цифри визначається не тільки цифрою, а й позицією, яку вона займає в запису числа.

Під непозиційною системою числення розуміють систему, в якій кожна цифра завжди позначає те саме число незалежно від її місця (позиції) в запису числа. Прикладом непозиційної системи числення є римська система, яка дійшла до нас із Стародавнього Риму. В ній для запису чисел використовують сім цифр: цифра I означає одиницю, цифра V — п'ять, цифра X — десять, L — п'ятдесят, C — сто, D — п'ятсот, M — тисячу. За допомогою цих цифр можна записати будь-яке число, використовуючи принцип додавання і віднімання. Якщо менша цифра стоїть справа від більшої, то вона додається до неї (причому вона може повторюватися не більше як 3 рази), якщо зліва — то віднімається (повторення меншої цифри не дозволяється). Наприклад, 1965 — MCMLXXXV.

Хоч символу для зображення нуля у римській системі числення немає, проте можна записувати числа, які містять нуль. Наприклад, 1809 — MDCCIX.

Записи чисел у римській нумерації громіздкі, до того ж множення і ділення на письмі виконувати неможливо, іх доводиться виконувати усно. Тому римська система числення в математичній практиці не застосовується.

З'ясуємо суть позиційного принципу запису чисел. Нехай  $g$  — деяке фіксоване число, більше від 1. Назовемо це число основою системи числення.

Кожне натуральне число  $m$  можна записати і притому єдиним способом у вигляді

$$m = a_n g^n + a_{n-1} g^{n-1} + \dots + a_1 g + a_0, \quad (1)$$

де  $a_i$ ,  $i = 0, 1, \dots, n$  — цілі невід'ємні числа, менші від  $g$ , причому  $a_n \neq 0$ .

Вираз (1) називають записом числа  $m$  у системі числення з основою  $g$ . Символи, якими позначають числа  $a_n, a_{n-1}, \dots, a_1, a_0$ , називають цифрами числа  $m$  у системі числення з основою  $g$  (або « $g$ -кова» система числення).

Вираз (1) скороочено записують так:

$$m = (a_n a_{n-1} \dots a_2 a_1 a_0)_g. \quad (2)$$

У системі числення з основою  $g$  використовуються  $g$  цифр: 0, 1, 2, ...,  $g - 1$ . При цьому основа числення  $g$  записується як 10.

Запис додатного дробового числа у будь-якій системі числення є зображення цього числа у вигляді суми степенів основи з цілими невід'ємними коефіцієнтами, меншими від основи, але не лише додатних і нульового, а й від'ємних цілих степенів. Для запису дробового числа, крім цифр, використовують ще один знак — кому. Дробове число  $1 \cdot 8^3 + 2 \cdot 8^2 + 5 \cdot 8^1 + 4 \cdot 8^0 + 7 \cdot 8^{-1} + 6 \cdot 8^{-2} + 3 \cdot 8^{-3} + 2 \cdot 8^{-4}$ , наприклад, записують так: 1254, 7632<sub>8</sub>.

Для кожного додатного дробового числа так само, як і для кожного натуральногого числа, в  $g$ -ковій системі числення існує тільки один запис.

Застосовуючи знак мінус, можна записувати в  $g$ -ковій системі числення й від'ємні числа.

Загальновживаною тепер є позиційна система числення з основою  $g = 10$ . Її називають десятковою позиційною системою.

Виконуючи арифметичні операції над числами, записаними в  $g$ -ковій системі числення, користуються правилами додавання, віднімання і множення «ствовпцем» і ділення — «кутом». При цьому використовуються  $g$ -кові таблиці додавання і множення однозначних чисел.

Нехай натуральне число  $m$  задано в  $g$ -ковій системі числення. Щоб записати це число в  $s$ -ковій системі числення, треба спочатку записати число  $s$  в  $g$ -ковій системі, а потім виконати (в  $g$ -ковій системі числення!) кілька ділень числа  $m_g$  на число  $s_g$  і послідовно утворюваних часток доти, поки дістанемо частку, яка дорівнює нулю. Здобуті остаті треба спочатку виразити цифрами  $s$ . Кодої системи числення, записати їх у зворотному порядку. Записані таким чином остаті (це вже цифри в  $s$ -ковій системі числення) і є  $s$ -ковим записом числа  $m_g$ .

Перехід від  $g$ -кової системи числення до 10-кової виконують ще й так. Число  $a_g$  записують у вигляді

$$a_g = a_n g^n + a_{n-1} g^{n-1} + \dots + a_1 g^1 + a_0 g^0.$$

Потім замість чисел  $a_n, a_{n-1}, \dots, a_1, a_0$  і  $g$  підставляють їхні десяткові записи і роблять відповідні обчислення. Десятковий запис результату є шуканим числом.

Оскільки десяткова система числення найзручніша для виконання тих або інших дій, то, щоб перейти від  $g$ -кової системи числення до  $s$ -кової, спочатку переходять від  $g$ -кової системи числення до 10-кової, а потім від 10-кової до  $s$ -кової.

Якщо  $g = sk$ ,  $k \in N$ , то перехід від однієї системи числення до іншої значно спрощується.

### ПРИКЛАДИ РОЗВ'ЯЗУВАННЯ ЗАДАЧ

1. Обчислити:

$$a) 202332_4 + 22222_4; \quad b) 220111_4 - 32323_4; \quad c) 23230301_4 : 113_4.$$

**Розв'язання.** У чотирковій системі числення цифрами є: 0, 1, 2, 3. Складемо для них таблиці додавання і множення (табл. 4 і 5).

Таблиця 4

+	0	1	2	3
0	0	1	2	3
1	1	2	3	10
2	2	3	10	11
3	3	10	11	12

Тепер виконуємо дії:

$$a) \begin{array}{r} 202332_4 \\ + 22222_4 \\ \hline 231220_4 \end{array}$$

$$b) \begin{array}{r} 220111_4 \\ - 32323_4 \\ \hline 121122_4 \end{array}$$

$$c) \begin{array}{r} 23230301_4 | 113_4 \\ \hline 232 \\ \hline 303 \\ - 232 \\ \hline 1101 \\ - 1011 \\ \hline 30_4 \text{ (остача)} \end{array}$$

2. Перевести з однієї системи в іншу:

$$\begin{array}{ll} a) 138_{10} \rightarrow x_4; & b) 1340_{10} \rightarrow x_{15}; \\ c) 10032_4 \rightarrow x_8; & d) 2032_4 \rightarrow x_{10}. \end{array}$$

**Розв'язання.** Перехід від десяткової системи числення до  $s$ -кової системи відбувається за допомогою послідовного ділення числа  $m$ , заданого в десят-

Таблиця 5

×	0	1	2	3
0	0	0	0	0
1	0	1	2	3
2	0	2	10	12
3	0	3	12	21

Перевірка:

$$\begin{array}{r} 231220_4 \\ - 22222_4 \\ \hline 202332_4 \end{array}$$

Перевірка:

$$\begin{array}{r} 121122_4 \\ + 32323_4 \\ \hline 220111_4 \end{array}$$

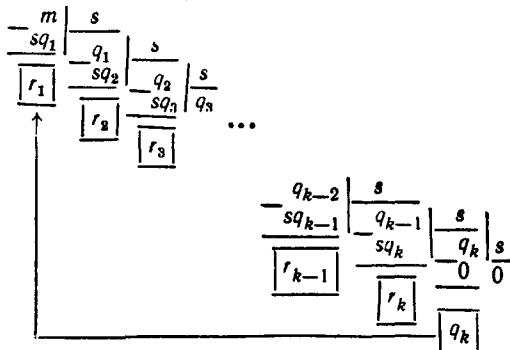
Перевірка:

$$\begin{array}{r} 200203_4 \\ \times 113_4 \\ \hline 1201221 \\ + 200203 \\ \hline 23230211_4 \end{array}$$

$$23230211_4 + 30_4 = 2323301_4.$$

ковій системі), на число  $s$ , записане теж у десятковій системі. Маємо  $m = sq_1 + r_1$ . Тепер неповну частку  $q_1$  ділимо на  $s$ . Дістаємо  $q_1 = sq_2 + r_2$ . Процес ділення продовжуємо доти, поки знайдемо неповну частку  $q_k < s$ . При цьому запищемо число  $m$  у  $s$ -ковій системі:  $(q_k r_{k-1} \dots r_2 r_1)_s$ .

Цей процес можна записати у вигляді такої схеми:



Стрілкою показано напрям від вищих до нижчих розрядів числа, записаного в системі з основою  $s$ , цифри числа  $m$  у цій системі взято в рамки.

a)  $138_{10} \rightarrow x_4$

$$\begin{array}{r} 138_{10} \\ -12 \\ \hline 18 \\ -16 \\ \hline 2 \\ \hline \end{array} \left| \begin{array}{r} 4_{10} \\ 34_{10} \\ \hline 32 \\ -8 \\ \hline 0 \\ \hline \end{array} \right| \left| \begin{array}{r} 4_{10} \\ 8_{10} \\ -2_{10} \\ \hline 0 \\ \hline \end{array} \right| \left| \begin{array}{r} 4_{10} \\ 0 \\ \hline 0 \\ \hline \end{array} \right| \left| \begin{array}{r} 2 \\ 0 \\ \hline 0 \\ \hline \end{array} \right|$$

Оскільки  $4 < 10$ , то всі остачі є цифрами в новій системі числення.

Отже,  $138_{10} = 2022_4$ .

b)  $1340_{10} \rightarrow x_{15}$

$$\begin{array}{r} 1340_{10} \\ -120 \\ \hline 140 \\ -135 \\ \hline 5 \\ \hline \end{array} \left| \begin{array}{r} 15_{10} \\ 89_{10} \\ \hline 75 \\ -5_{10} \\ \hline 0 \\ \hline \end{array} \right| \left| \begin{array}{r} 15_{10} \\ 0 \\ \hline 0 \\ \hline \end{array} \right|$$

У 15-ковій системі числення число 14 є цифрою і позначається  $(14)$  або  $\bar{4}$ .

Отже,  $1340_{10} = 5(14)5_{15}$ .

Щоб перевести число з  $g$ -кової системи числення в  $s$ -кову, діють аналогічно, причому всі обчисlenня виконуються в  $g$ -ковій системі числення.

v)  $10032_4 \rightarrow x_3$ .

Число 3 в четвірковій системі числення записують так само. Тоді

$$\begin{array}{r} 10032_4 \\ -3 \\ \hline 10 \\ -3 \\ \hline 13 \\ -12 \\ \hline 12 \\ -12 \\ \hline 0 \\ \hline \end{array} \left| \begin{array}{r} 3_4 \\ 1122_4 \\ \hline 3 \\ 22 \\ \hline 21 \\ -12 \\ \hline 12 \\ -12 \\ \hline 0 \\ \hline \end{array} \right| \left| \begin{array}{r} 3_4 \\ 132_4 \\ \hline 12 \\ -12 \\ \hline 1 \\ \hline \end{array} \right| \left| \begin{array}{r} 3_4 \\ 22_4 \\ \hline 21 \\ -21 \\ \hline 3 \\ \hline \end{array} \right| \left| \begin{array}{r} 3_4 \\ 3_4 \\ \hline 0 \\ \hline \end{array} \right| \left| \begin{array}{r} 3_4 \\ 0 \\ \hline 0 \\ \hline \end{array} \right| \left| \begin{array}{r} 3_4 \\ 0 \\ \hline 1 \\ \hline \end{array} \right|$$

Отже,  $10032_4 = 101000_3$ .

Перевірка. Число 4 у трійковій системі числення записують як  $11_3$ . Використовуючи таблиці додавання і множення одноцифрових чисел у трійковій системі числення (табл. 6, 7), матимемо

Таблица 6

+	0	1	2
0	0	1	2
1	1	2	10
2	2	10	11

Таблица 7

$x$	0	1	2
0	0	0	0
1	0	1	2
2	0	2	11

$$\begin{array}{r}
 \begin{array}{c}
 101000_3 \\
 -\frac{22}{20} \\
 -\frac{11}{11} \\
 -\frac{20}{11} \\
 -\frac{22}{21} \\
 -\frac{20}{11} \\
 -\frac{11}{11} \\
 -\frac{11}{10}
 \end{array}
 \left| \begin{array}{c}
 11_3 \\
 2111_3 \\
 11_3 \\
 121_3 \\
 11_3 \\
 11_3 \\
 11_3 \\
 0
 \end{array} \right| \left| \begin{array}{c}
 11_3 \\
 11_3 \\
 11_3 \\
 11_3 \\
 11_3 \\
 11_3 \\
 0
 \end{array} \right| \left| \begin{array}{c}
 11_3 \\
 11_3 \\
 11_3 \\
 11_3 \\
 0
 \end{array} \right| \left| \begin{array}{c}
 11_3 \\
 11_3 \\
 11_3 \\
 11_3 \\
 1
 \end{array} \right|
 \end{array}$$

Отже,  $101000_3 = 100(10_3)2_4 = 10032_4$ , оскільки  $10_3 = 34$ .

$$\Gamma) 2032_4 \rightarrow x_{10}.$$

I спосіб. Число 10 в чотвірковій системі числення записують так:

$$\begin{array}{r} -10_{10} \\ \hline 8 \\ \hline \boxed{2} \\ \boxed{1} \end{array} \left| \begin{array}{r} \frac{4}{2}_{10} \\ \hline 0 \end{array} \right| \begin{array}{r} 4_{10} \\ \hline 0 \end{array}$$

Тоді

$$\begin{array}{r|rrr}
 -2032_4 & 22_4 & 22_4 & 22_4 \\
 \hline
 -132 & 32_4 & 1_4 & 0 \\
 \hline
 -112 & 22 & 0 & 0 \\
 \hline
 -110 & 10 & & \\
 \hline
 [2] & [1] & & \\
 \downarrow & \downarrow & &
 \end{array}$$

$$\text{Отже, } 2032_4 = 1(10_4)2_{10} = 142_{10}.$$

Із цього випливає, що  $2032_4 = 2 \cdot 4^3 + 0 \cdot 4^2 + 3 \cdot 4^1 + 2 \cdot 4^0 = 2 \cdot 64 + 0 + 12 + 2 = 142_{10}$ .  
 Як бачимо, результат однакові.

Як бачимо, результати однакові

- 3. Перевести з однієї системи в іншу:**

a)  $1110111000111_2 \rightarrow x_8$ ; b)  $3673401_8 \rightarrow x_2$ .

Роз'язання. Застосуємо досить простий спосіб переведення з двійкової системи числення в вісімкову і навпаки (аналогічний спосіб використовують, коли  $g$ -кова і  $s$ -кова системи числення пов'язані співвідношенням  $s = g^k$ ).

## Складемо таблицю виразів цифр вісімкової системи числення в двійковій системі

$$\begin{aligned}0_8 &= 000_2, \\1_8 &= 001_2, \\2_8 &= 010_2, \\3_8 &= 011_2, \\4_8 &= 100_2, \\5_8 &= 101_2, \\6_8 &= 110_2, \\7_8 &= 111_2.\end{aligned}\tag{1}$$

Щоб перевести число з вісімкової системи числення в двійкову, треба кожну цифру цього числа замінити двійковою тріадою за формулами (1). В свою чергу, щоб перевести число з двійкової системи числення в вісімкову, треба розбити це число справа наліво на грані, кожна з яких містить по три цифри (якщо треба, то останню грань доповнюють до тріади нулями). Потім кожну з двійкових тріад замінюють вісімковою цифрою за формулами (1).

a)  $1110111000111_2 \rightarrow x_8.$

$$(001)(110)(111)(000)(111)_2 = 16707_8.$$

b)  $3673401_8 = 011110111011100000001_2 = 11110111011100000001_2.$

### Задачі

6.1. Записати в десятковій системі числення такі числа римської нумерації: а) LXIV; б) CLIX; в) DXCV; д) MCDXXIX; е) MDCCCLXXIV.

6.2. Записати в римській нумерації числа: а) 26; б) 112; в) 1980.

6.3. Записати в десятковій системі числення: а) мільярд, б) більйон, в) трильйон.

#### 6.4. Обчислити:

- а)  $1101_2 + 1011_2;$
- б)  $1011_2 \cdot 1101_2;$
- в)  $1000110_2 - 11011_2;$
- г)  $100011_2 : 101_2;$
- д)  $3604_7 \cdot 423_7;$
- е)  $7(10)_{12} \cdot 5(11)73_{12};$
- ж)  $23054_7 + 4326_7;$
- ж)  $(10)(11)792_1 + 9534(10)_{12} + 70(10)0_{12};$
- з)  $26153_7 + 326_7;$
- к)  $8(10)05(11)_{12} : 9(10)_{12};$
- л)  $101_8 : 32_8.$

#### 6.5. Обчислити:

- а)  $11011,101_2 + 101,011_2;$
- б)  $11,001_2 \cdot 1,01_2;$
- в)  $111,01_2 \cdot 101,101_2;$
- г)  $0,25_8 \cdot 0,43_8;$
- д)  $2,5_8 \cdot 3,4_8.$

### 6.6. Обчислити:

- а)  $7306_8 + 25645_8 - 6774_8 - 26156_8$ ;  
б)  $(425_6 \cdot 54_6 - 531_6 \cdot 43_6) : 245_6$ ;  
в)  $20671_8 : 131_8 - 140_8$ ;  
г)  $23213_5 : 32_5 + 113_5 \cdot 3_5 - 1242_5$ ;  
д)  $232011_5 : 104_5 + 1234_5 \cdot 322_5 - 1022131_5$ ;  
е)  $(563_8 + 217_8) \cdot 15_8 + (2365_8 - 636_8) : 17_8 - 15122_8$ ;  
ж)  $120111_3 : 102_3 + 201_3 \cdot 12_3 - 11220_3$ ;  
ж)  $6325_7 - 456_7 - 150335_7 : 23_7 - 551_7$ ;  
з)  $3215_7 \cdot 24_7 - 11461_7 : 25_7 + 1532_7 - 115044_7$ ;  
к)  $(4123_8 - 4221_8) \cdot 11_8 + (1222_8 + 773_8) : 3_8$ ;  
л)  $(3333_4 + 2222_4) \cdot 12_4 - (231020_4 + 3333333_4) : 23_4$ ;  
м)  $[(215_8 + 532_8) \cdot 16_8 - (11031_8 - 527_8) : 32_8] : 14775_8$ ;  
н)  $[(351_6 \cdot 14_6 - 1153_6 : 31_6 - 150_6) : 205_6] : 25_6$ .

### 6.7. Записати в десятковій системі числення такі числа:

- а)  $100111_2$ ;      е)  $4602_7$ ;  
б)  $11001101_2$ ;      ж)  $(10)_6 (11)_{12}$ ;  
в)  $345_8$ ;      з)  $26014_7$ ;  
г)  $5071_8$ ;      к)  $42125_6$ ;  
д)  $1300_8$ ;      л)  $530415_6$ .  
е)  $33311_7$ ;

### 6.8. Записати в десятковій системі числення такі числа:

- а)  $0,111_2$ ;      г)  $437,321_8$ ;  
б)  $0,110_2$ ;      д)  $0,027_8$ .  
в)  $11001, 1111_2$ ;

### 6.9. Перевести з однієї системи в іншу:

- а)  $33311_7 \rightarrow x_{12}$ ;      д)  $21066754_8 \rightarrow x_2$ ;  
б)  $21000122122_3 \rightarrow x_9$ ;      е)  $206315_7 \rightarrow x_5$ ;  
в)  $4672510_9 \rightarrow x_3$ ;      ж)  $32014_5 \rightarrow x_8$ .  
г)  $11110111011100001_2 \rightarrow x_8$ ;

### 6.10. Перевести з десяткової системи числення в інші системи:

- а)  $2042 \rightarrow x_2, y_3, z_5$ ;      г)  $231632 \rightarrow x_7$ ;  
б)  $2786 \rightarrow x_2, y_3, z_5$ ;      д)  $23163 \rightarrow x_8$ ;  
в)  $729 \rightarrow x_7$ ;      ж)  $17527 \rightarrow x_8$ .

### 6.11. Знайти $x$ , якщо:

- а)  $201_x = 41_8$ ;      е)  $541_x = 2014_6$ ;  
б)  $203_x = 53_{10}$ ;      ж)  $364_x = 3001_4$ ;  
в)  $106_x = 153_7$ ;      з)  $401_x = 265_7$ ;  
г)  $236_x = 1240_5$ ;      и)  $100_x = 34_7$ .  
д)  $324_x = 10022_3$ ;

### 6.12. Визначити основу системи числення, в якій виконуються такі рівності:

- а)  $12 + 13 = 30$ ;      в)  $35 + 40 = 115$ ;  
б)  $15 + 16 = 33$ ;      ж)  $236 - 145 = 61$ ;

$$\begin{array}{ll} \text{д)} \ 263 - 214 = 46; & \text{ж)} \ 736 : 6 = 121; \\ \text{е)} \ 216 \cdot 3 = 654; & \text{з)} \ 1520 : 12 = 123; \\ \text{e)} \ 656 : 5 = 124; & \text{к)} \ 10 \cdot 10 = 100. \end{array}$$

**6.13.** Довести, що:

- а) число  $144$  є квадратом натурального числа в будь-якій  $g$ -ковій системі числення,  $g > 4$ ;
- б) число  $1331$  є кубом натурального числа в будь-якій  $g$ -ковій системі числення,  $g > 3$ ;
- в) в  $g$ -ковій системі числення числа  $2(g-1)$  і  $(g-1)^2$  записуються тими самими цифрами, але в зворотному порядку;
- г) число  $A = (a_n a_{n-1} \dots a_1 a_0)_{12}$  ділиться на  $8$  (на  $9$ ), якщо на  $8$  (на  $9$ ) ділиться число, утворене його останніми двома цифрами  $(a_1 a_0)_{12}$ ;
- д) число  $A = (a_n a_{n-1} \dots a_1 a_0)_g$  ділиться на  $g-1$ , якщо  $a_n + a_{n-1} + \dots + a_1 + a_0$  ділиться на  $g-1$ ;
- е) натуральне число, десятковий запис якого є  $3^n$  одиниць, ділиться на  $3^n$ .

**6.14.** Записати в двійковій системі числення:

- а) числа Ферма  $F_k = 2^{2^k} + 1$ ,  $k \in \mathbb{N}$ ;
- б) парні досконалі числа  $D = 2^{p-1}(2^p - 1)$ , де  $p$  — просте число.

**6.15.** Знайти частку від ділення числа  $(62xy427)_{10}$  на  $99_{10}$ , а також невідомі цифри  $x$  і  $y$ , якщо ділення виконується без остачі.

**6.16.** Знайти невідомі цифри, якщо множення виконується в десятковій системі числення:

$$\begin{array}{r} \times \quad *2*3 \\ \times \quad ** \\ \hline ***87 \\ **** \\ \hline 2*004* \end{array} \quad \begin{array}{r} \times \quad \text{шість} \\ \times \quad \text{шість} \\ \hline ***** \\ ***** \\ \hline ***** \\ \hline *****\text{шість} \end{array}$$

**6.17.** Знайти таке найменше натуральне число  $m$ , яке в десятковій системі числення закінчується цифрою  $6$ , причому, якщо цю цифру записати на початку числа, то воно збільшиться в  $4$  рази.

**6.18.** Число  $(42x4y)_{10}$  ділиться на  $72_{10}$ . Знайти цифри  $x$  і  $y$ .

**6.19.** У десятковій системі числення знайти тризначне число  $x$  таке, що добуток його цифр дорівнює  $a$  і  $x = a^2$ .

**6.20.** Довести, що сума цифр квадрата будь-якого натурального числа не може дорівнювати числу  $1985_{10}$ .

**6.21.** Нехай  $2 \times (xyz)_{10} = (xyz)_g$ . Знайти  $(xyz)_{10}$  і  $g$ .

**6.22.** Знайти в десятковій системі числення таке двозначне число, яке у двійковій, четвірковій і вісімковій системах числення зображується однаковими цифрами, але різними для різних систем.