

Розділ 5.

Домашнє завдання до теми «Ранг матриці та його застосування»

Ранг матриці

5.1. Описати всі квадратні матриці

б) рангу 1.

5.2. Знайти ранги вказаних матриць методом облямування мінорів:

6) $\begin{pmatrix} 8 & 2 & 2 & -1 & 1 \\ 1 & 7 & 4 & -2 & 5 \\ -2 & 4 & 2 & -1 & 3 \end{pmatrix}$; и) $\begin{pmatrix} 1 & 1 & 0 & 0 & \dots & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 1 & 0 & \dots & 0 & 0 \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \dots & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & \dots & 0 & 1 \end{pmatrix}$.

5.3. Знайти значення λ , при яких матриця

$$\begin{pmatrix} 3 & 1 & 1 & 4 \\ \lambda & 4 & 10 & 1 \\ 1 & 7 & 17 & 3 \\ 2 & 2 & 4 & 3 \end{pmatrix}$$

має найменший ранг. Чому дорівнює ранг при знайдених λ і чому він дорівнює при інших значеннях λ ?

5.4. Довести, що ранг діагональної матриці дорівнює числу її елементів, відмінних від нуля.

5.5. Довести такі властивості рангу матриці:

- множення довільного рядка матриці на відмінне від нуля число не змінює її рангу;
- перестановка рядків матриці не змінює її рангу.

5.6. Обчислити ранги матриць:

л) $\begin{pmatrix} 1 & 1 & 3 \\ 2 & 2 & 6 \\ 0 & 3 & 0 \\ 0 & 4 & 0 \end{pmatrix}$; м) $\begin{pmatrix} 2 & 4 & 2 \\ -1 & -2 & -1 \\ 1 & 5 & 3 \\ 8 & 1 & -2 \\ 2 & 7 & 4 \end{pmatrix}$.

5.7. Обчислити ранг матриці $A - \lambda E$ при всіх значеннях параметра λ , якщо:

а) $\begin{pmatrix} 5 & -2 \\ -2 & 8 \end{pmatrix}$.

Системи лінійних однорідних рівнянь

5.8. Сформулювати умови (і перевірити їх необхідність та достатність), при яких однорідна система лінійних рівнянь має:

- a) єдиний розв'язок;
- б) нескінченно багато розв'язків.

5.9. Скласти і розв'язати однорідну систему лінійних рівнянь, задану своєю основною матрицею (матрицею коефіцієнтів):

$$\text{г)} \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 \\ 2 & 3 & 4 & 5 \\ 3 & 4 & 5 & 6 \\ 4 & 5 & 6 & 7 \end{pmatrix}; \quad \text{д)} \begin{pmatrix} 5 & 24 & -7 & -1 \\ -1 & -2 & 7 & 3 \end{pmatrix}.$$

5.10. Скласти однорідну систему лінійних рівнянь за заданою матрицею коефіцієнтів, що містить параметр. Розв'язати систему при довільних значеннях параметра:

$$\text{а)} \begin{pmatrix} 4 - \lambda & 1 & -1 \\ 2 & 5 - \lambda & -2 \\ 4 & 4 & -1 - \lambda \end{pmatrix}.$$